# Cartographie

2024-2025


Mathis Crasnier, Adèle Poupin et Laura Doche

Etablissement : Lycée Fernand Renaudeau, Cholet

Encadrés par : Maëva Tauzin, Marie-Pierre Delhaye

Chercheur : Damien Gobin (université de Nantes)


## I) Présentation du sujet

1/ Enoncé du sujet

On considère une carte connexe (constituée d'un seul continent) avec des pays délimités par des frontières.

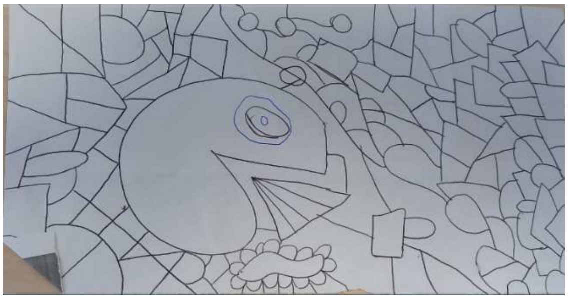
On se pose alors la question suivante : combien faut-il de couleurs au minimum pour colorier cette carte de façon que deux pays limitrophes (c'est-à-dire ayant une frontière commune) ne soit coloriés de la même couleur ?

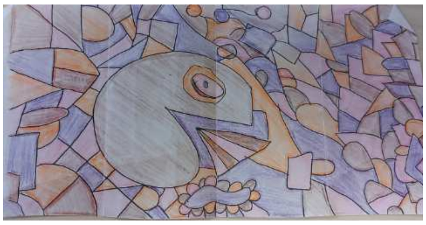
Une fois compris ce problème on se posera la même question sur le tore (autrement dit un donut).

## II) Les recherches

1. Les premiers tests :

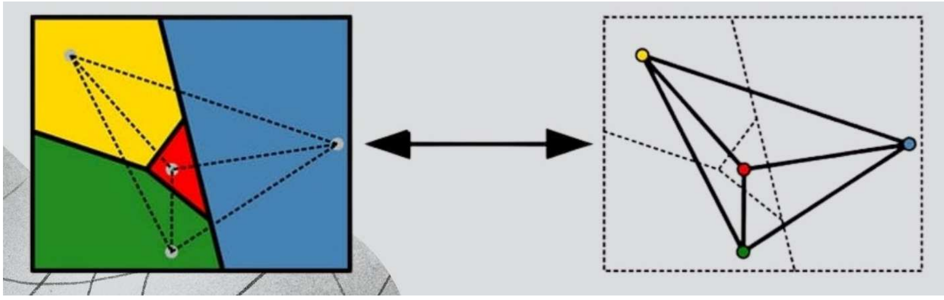
Nous avons commencé par faire des tests sur papier en faisant des traits aléatoires. Il fallait donc les colorier avec le moins de couleurs possible (sans que deux couleurs semblables se touchent). La plupart de nos essais ont résulté à 4 ou 5 couleurs (mais on pouvait toujours réduire à 4).





2. Théorème des 4 couleurs et graphe :

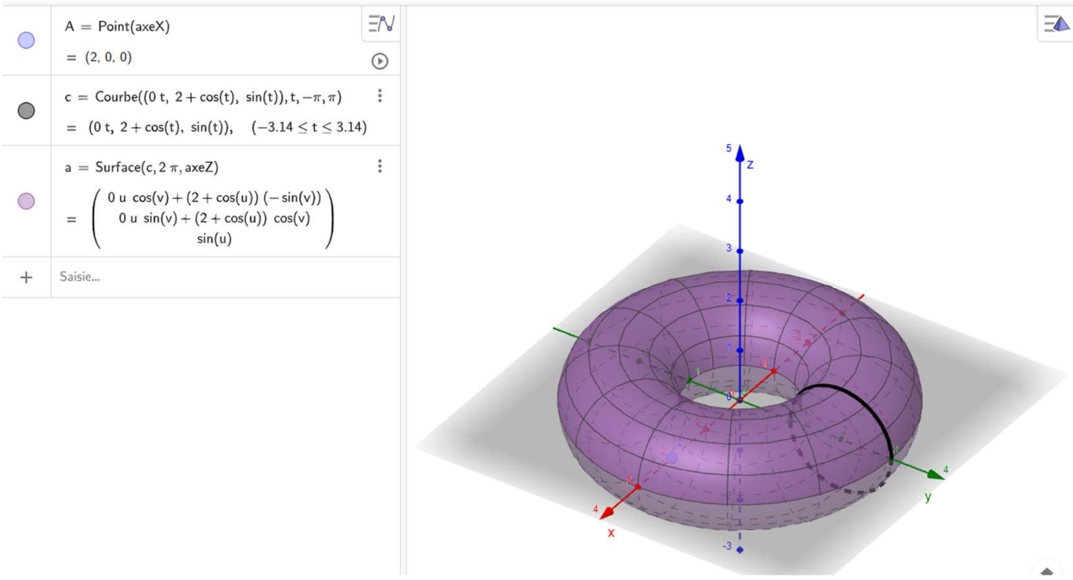
Après quelques recherches, nous avons donc trouver le théorème des 4 couleurs. Ce théorème permet d'affirmer qu'il suffit de 4 couleurs maximum pour colorier une carte, de façon à ce que deux régions voisines n'aient jamais la même couleur. Une carte peut être modélisée par un graphe, cela permet de simplifier un problème par un schéma. Un sommet représente un pays et les arêtes correspondent aux frontières, si un sommet n'est pas relié à un autre sommet alors on pourra colorier ces deux pays de même couleur, sinon il faudra utiliser une couleur différente.

*Source : wikipédia*

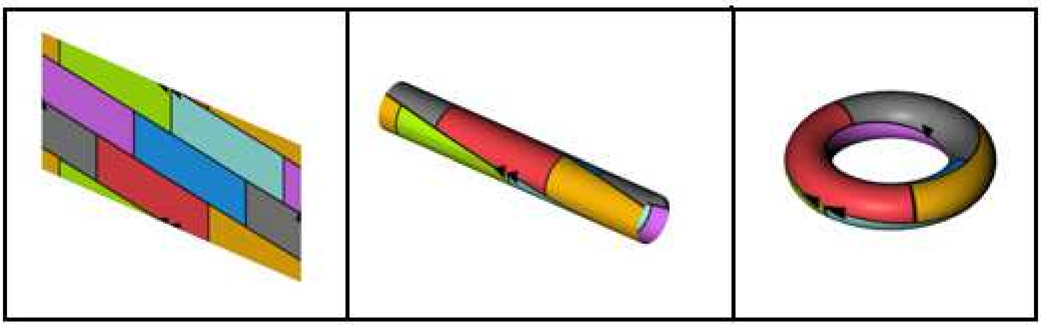
3. Le tore :

Par la suite, nous nous sommes concentrés sur la réalisation d'un tore sur géogebra. Pour ce faire nous nous sommes aidés de formules mathématiques :




*Source : Wikipédia pour les formules, Geogebra pour la représentation*

Cependant ce processus ne nous a pas aidés à trouver le nombre de couleurs nécessaires afin de colorier cette carte. En continuant nos recherches nous avons trouver sur internet une hypothèse affirmant qu'il suffirait de sept couleurs pour colorier un tore, de façon à ce que deux pays limitrophes ne soient pas colorié de la même couleur. Soit presque deux fois plus que sur une carte connexe en raison des bords qui se touchent. Cela est schématisé sur la figure ci-dessous :



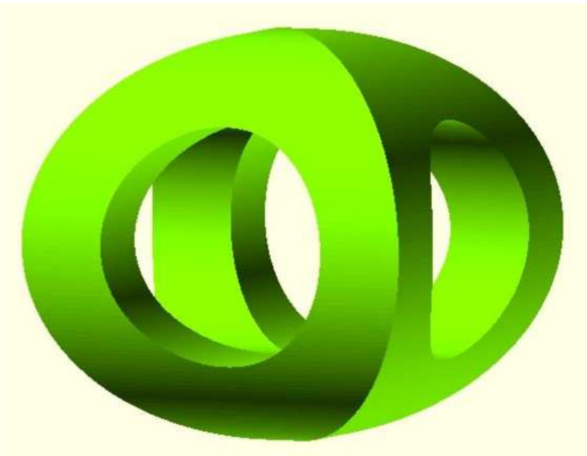
*Source : Wikipédia*

Nous avons réalisé le tore avec une bouée afin de la colorier avec le moins de couleurs possible mais le processus était trop long, voici là où nous nous sommes arrêtés :

4. Pour aller plus loin

Pour ajouter un peu de fun à notre présentation, nous avons trouvé un site qui vous permet d'essayer différents modèles de cartes connexes et de les faire résoudre automatiquement. Sur ordinateur vous pouvez même créer votre propre modèle et de la même manière le faire tester.

Vous pouvez aussi tester de colorier sur d'autres formes mathématiques, comme par exemple avec un rulpidon que nous avons eu l'occasion de découvrir lors du congrès de math en jean à Angers (une superbe expérience).



*Source : Fabriquet.fabre-manager.com*